UOT 538.9

PAYLANMA ƏMSALI VAHİDDƏN BÖYÜK OLDUQDA İLKİN ƏRİDİLMİŞ ZONANIN XƏLİTƏNİN BAŞLANĞICINDA YARADILMASI

V.T.TAHİROV*, Ə.F.QULİYEV, S.S. LƏTİFOVA**, N.F.QƏHRƏMANOV****

Bakı Dövlət Universiteti, **Sumqayıt Dövlət Universiteti

physics@bsu.az

İşdə paylanma əmsalı vahiddən böyük olduqda son mərhələdə ilkin əridilmiş zonanın xəlitənin başlanğıcında yaradılması halı araşdırılmışdır. Bunun üçün əvvəlcə ilkin əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyası təyin edilir.

Yekun xəlitə iki müxtəlif kristallizasiya rejimində (zona əritmə və istiqamətlənmiş kristallizasiya) həyata keçirildiyi üçün xəlitə boyunca tərkibin paylanma qanununu tapmaq üçün kəsilməzlik tənliyi iki müxtəlif başlanğıc şərtində həll edilərək bir-birinə «tikilir». Yekun xəlitə boyunca tərkibin paylanma qanunu göstərir ki, putadan dartmaqla binar bərk məhlulların monokristallarının alınmasında onun qidalandırıcı kimi istifadə olunması olduqca yaralıdır. $\mathrm{Ge-Si}$ *binar bərk məhlullarına tətbiq etdikdə alınmış monokristallar varizonalı quruluşların düzəldilməsində istifadə edilə bilər.*

Açar sözlər: bərk məhlullar, xəlitə, paylanma əmsalı.

Əvvəlki işdə [1] biz istiqamətlənmiş kristallizasiya yolu ilə alınmış binar bərk məhlul xəlitəsi boyunca tərkib paylanmasını dəyişmək üçün zona əritmə üsulundan istifadə etdik və göstərdik ki, paylanma əmsalı $k>1$ olduqda daha əlverişli variant ilkin əridilmiş zonanı xəlitənin son ucunda yaratmaqdır. Ancaq bir sıra hallarda $k>1$ olduqda ilkin əridilmiş zonanı istiqamətlənmiş kristallizasiya yolu ilə alınmış xəlitənin başlanğıcında yaratmaq da uğurlu nəticə almağa imkan verir. Hazırkı işdə biz həmin halı araşdıracağıq.

İlkin xəlitənin bu cür istifadə edilmə sxemi şəkil 1-də göstərilmişdir. Burada ilkin əridilmiş zona xəlitənin başlanğıc ucunda yaradılır. Bu halda ilkin xəlitə boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanunu belə ifadə olunur [1]:

$$C_k(t) = kC_0\left(1-\frac{vt}{L}\right)^{k-1} \tag{1}$$

Burada C_0 - ilkin xəlitədə ikinci komponentin orta konsentrasiyası, L - onun uzunluğu, v - kristallaşma sürətidir.

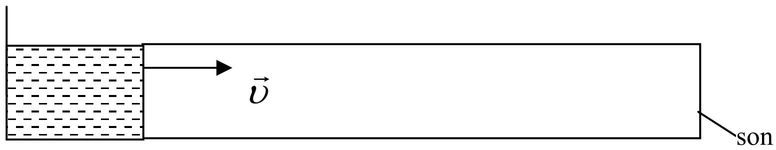
Zona əritməyə uğradılmış xəlitədə tərkibin yenidən paylanmasını müəyyən etmək üçün ilkin əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyasını bilmək tələb olunur. Bunun üçün istiqamətlənmiş kristallizasiyadan alınmış xəlitənin (ilkin xəlitənin) başlanğıc ℓ uzunluğunda ikinci komponentin kütləsini tapıb, onu zonanın ℓS həcminə bölmək (S - xəlitənin en kəsiyinin sahəsidir) lazımdır:

$$C_z(0) = \frac{\int_0^{t'} C_k(t) S\upsilon dt}{\ell S} = \frac{\upsilon}{\ell}\int_0^{t'} kC_0\left(1-\frac{\upsilon t}{L}\right)^{k-1} dt = \frac{k\upsilon C_0}{\ell}\int_0^{t'}\left(1-\frac{\upsilon t}{L}\right)^{k-1} dt \qquad (2)$$

Burada $t' = \frac{\ell}{\upsilon}$ - dir.

(2) - dəki inteqralı açmaq üçün yeni əvəzləmə aparaq:

$$1-\frac{\upsilon t}{L} = y,\ t = \frac{L}{\upsilon}(1-y),\ dt = -\frac{L}{\upsilon}dy \qquad (3)$$



Şək. 1. $k > 1$ halında əridilmiş ilkin zonanın xəlitənin başlanğıcında yaradılması sxemi.

Buradan aydın olur ki, $t = 0$ olduqda $y = 1$ və $t = t' = \frac{\ell}{\upsilon}$ olduqda isə $y = 1-\frac{\ell}{L}$ - dir.

Yeni əvəzləməni (2)-də nəzərə alaq:

$$\begin{aligned} C_z(0) &= \frac{kC_0\upsilon}{\ell}\int_1^{1-\frac{\ell}{L}} y^{k-1}\left(-\frac{L}{\upsilon}\right)dy = -\frac{kC_0L}{\ell}\int_1^{1-\frac{\ell}{L}} y^{k-1}dy = \\ &= -\frac{kC_0L}{\ell}\cdot\frac{1}{k}y^k\Big|_1^{1-\frac{\ell}{L}} = -\frac{L}{\ell}C_0\left[\left(1-\frac{\ell}{L}\right)^k - 1\right] = C_0\frac{L}{\ell}\left[1-\left(1-\frac{\ell}{L}\right)^k\right] \end{aligned} \qquad (4)$$

Xəlitə boyunca ikinci komponentin dəyişmə qanununu almaq üçün kəsilməzlik tənliyini yeni rejim üçün həll etməliyik.

Zona əritmə üçün kəsilməzlik tənliyi [1]

$$\dot{C}_{ə}(t)+\frac{kv}{\ell}C_{ə}(t)=\frac{\upsilon}{\ell}C_{k}(t), \tag{5}$$

Onun ümumi halda həlli isə

$$C_{ə}(t)=\exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{\frac{\upsilon}{\ell}kC_0\int\left(1-\frac{\upsilon t}{L}\right)^{k-1}\exp\left(\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)dt+A\right\} \tag{6}$$

şəklindədir. Burada $C_k(t)$ ilkin xəlitə boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının cari dəyişmə qiymətləridir. Ancaq tənliyin həllində nəzərə almalıyıq ki, ilkin xəlitə boyunca $C_k(t)$-nin dəyişmə qanunu (1) şəklində istifadə edilməlidir, ərintidə ikinci komponentin başlanğıc konsentrasiyası (birinci əridilmiş zonadakı konsentrasiyası) (4) ifadəsinə bərabər götürülməlidir.

(6)-da $C_k(t)$-nin yerinə onun (1) ifadəsini yazıb kəsilməzlik tənliyinin həllini tapaq:

$$C_{ə}(t)=\exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{\frac{\upsilon}{\ell}kC_0\int\left(1-\frac{\upsilon t}{L}\right)^{k-1}\exp\left(\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)dt+A\right\} \tag{7}$$

Burada A inteqrallama sabitidir və onun qiyməti başlanğıc şərtinə uyğun olaraq tapılmalıdır.

(7)-dəki inteqralı həll etmək üçün yeni inteqrallama dəyişəninə keçək:

$$\frac{k\upsilon t}{\ell}=x\,,\; t=\frac{\ell x}{k\upsilon},\; dt=\frac{\ell dx}{k\upsilon} \tag{8}$$

Yeni inteqrallama dəyişənini nəzərə alsaq, (7) -ni belə alarıq:

$$\begin{aligned}C_{ə}(t)&=\exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{\frac{\upsilon}{\ell}kC_0\int\left(1-\frac{\ell}{kL}x\right)^{k-1}\exp x\frac{\ell}{k\upsilon}dx+A\right\}=\\&=\exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{C_0\int\left(1-\frac{\ell}{kL}x\right)^{k-1}\exp xdx+A\right\}\end{aligned} \tag{9}$$

(9)-dakı inteqralı açmaq üçün k-nin qiyməti məlum olmalıdır. Burada praktiki mənası olan ən sadə hal $k=2$ qiymətidir. Bu hal üçün (9)-dakı inteqralı ayrıca hesablayaq. Onu J ilə işarə edəcəyik:

$$\begin{aligned}J&=\int\left(1-\frac{\ell}{kL}x\right)^{2-1}\exp xdx=\int\exp xdx-\frac{\ell}{kL}\int x\exp xdx=\exp x-\frac{\ell}{kL}x\exp x+\\&+\frac{\ell}{kL}\int\exp xdx=\exp x-\frac{\ell}{kL}x\exp x+\frac{\ell}{kL}\exp x=-\frac{\ell}{kL}\exp x+\left(1+\frac{\ell}{kL}\right)\exp x\end{aligned} \tag{10}$$

(10)-u (9)-da yerinə yazaq və $k=2$ olduğunu da nəzərə alaq:

$$C_ə(t)=\exp\left(-\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)\left\{C_0\left[-\frac{\ell}{kL}x+\left(1+\frac{\ell}{kL}\right)\right]\exp x+A\right\}=$$

$$=\exp\left(-\frac{2\upsilon}{\ell}t\right)\left\{C_0\left[1-\frac{\ell}{kL}\cdot\frac{k\upsilon}{\ell}t+\left(1+\frac{\ell}{kL}\right)\right]\exp\left(\frac{k\upsilon}{\ell}t\right)+A\right\}= \qquad (11)$$

$$=C_0\left(1+\frac{\ell}{2L}-\frac{\upsilon}{L}t\right)+A\exp\left(-\frac{2\upsilon}{\ell}t\right)$$

A sabitini başlanğıc şərtdən tapaq. Yada salaq ki, $t=0$ anında başlanğıcda əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyası (4) ifadəsi ilə təyin olunur. $t=0$-da (11)-dən isə $C_ə(0)$-ı belə alarıq:

$$C_ə(0)=C_0\left(1+\frac{\ell}{2L}\right)+A \qquad (12)$$

(4) və (2)-dən alarıq:

$$C_0\left(1+\frac{\ell}{2L}\right)+A=C_0\frac{L}{\ell}\left[1-\left(1-\frac{\ell}{L}\right)^2\right]$$

Buradan A-nı tapaq:

$$A=-C_0\left(1+\frac{\ell}{2L}\right)+C_0\frac{L}{\ell}\left[1-1+2\frac{\ell}{L}-\frac{\ell^2}{L^2}\right]=$$
$$=C_0\left[-1-\frac{\ell}{2L}+2-\frac{\ell}{L}\right]=C_0\left(1-\frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right) \qquad (13)$$

(13) - u (11) - də yerinə yazaq:

$$C_ə(t)=C_0\left\{\left(1+\frac{\ell}{2L}-\frac{\upsilon}{L}t\right)+\left(1-\frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-\frac{2\upsilon}{\ell}t\right)\right\} \quad 0\le t\le\frac{L-\ell}{\upsilon} \qquad (14)$$

Bu asılılıq ərimiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin digər ucuna çatan ana qədər öz gücündə qalacaq. Beləliklə, xəlitənin ilk $(L-\ell)$ uzunluqlu hissəsi boyunca ikinci komponentin bərk fazada dəyişmə qanununu bu cür taparıq:

$$C_x(t)=kC_ə(t)=2C_0\left\{\left(1+\frac{\ell}{2L}-\frac{\upsilon}{L}t\right)+\left(1-\frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{\upsilon}{\ell}t\right)\right\}=$$
$$=C_0\left\{\left(2+\frac{\ell}{L}-2\frac{\upsilon}{L}t\right)+\left(2-3\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{\upsilon}{\ell}t\right)\right\} \quad 0\le t\le\frac{L-\ell}{\upsilon}=t_1 \qquad (15)$$

Əridilmiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin sonuna çatdığı andan başlayaraq kristallaşma rejimi dəyişir. Artıq uzunluğu ℓ-ə bərabər olan son hissədə proses istiqamətlənmiş kristallizasiya yolu ilə baş verir. Bu hissədə kəsilməzlik tənliyinin həlli belədir [1]:

$$C_ə(t)=A_1'\left(\frac{L}{\upsilon}-t\right)^{k-1}, \quad t\ge t_1 \qquad (16)$$

İnteqrallama sabitini fərqləndirmək üçün burada onu A_1'-lə işarə etdik. Başlanğıc şərt fərqli olduğu üçün inteqrallama sabitinin qiymәti də əvvəlkindən fərqli olacaq. A_1'-in qiymətini (12) və (14) -ü $t = t_1$ anında bir-birinə «tikməklə» tapaq.

$t = t_1 = \dfrac{L-\ell}{\upsilon}$ olduqda (16)-dan $C_ə$-ni tapaq:

$$C_ə(t_1) = A_1'\left(\frac{L}{\upsilon} - t_1\right) \tag{17}$$

Burada $k = 2$ olduğunu nəzərə aldıq. $C_ə$ -ni $t = t_1$ anı üçün (14)-dən da tapaq:

$$C_ə(t_1) = C_0\left\{\left(1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\upsilon}{L}\cdot t_1\right) + \left(1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-\frac{2\upsilon}{\ell}t_1\right)\right\} \tag{18}$$

(17) və (18)-in sağ tərəflərini bərabərləşdirək:

$$A_1'\left(\frac{L}{\upsilon} - t_1\right) = C_0\left\{\left(1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\upsilon}{L}t_1\right) + \left(1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{\upsilon}{\ell}t_1\right)\right\}$$

t_1-in qiymətini $\left(t_1 = \dfrac{L-\ell}{\upsilon}\right)$ burada yerinə yazıb, bəzi sadələşdirmələr aparaq:

$$A_1'\left(\frac{L}{\upsilon} - \frac{L-\ell}{\upsilon}\right) = C_0\left\{\left(1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\upsilon}{L}\frac{L-\ell}{\upsilon}\right) + \left(1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{\upsilon}{\ell}\cdot\frac{L-\ell}{\upsilon}\right)\right\}$$

$$A_1'\cdot\frac{\ell}{\upsilon} = C_0\left\{\frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L} + \left(1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{L-\ell}{\ell}\right)\right\}$$

Buradan A_1' - i belə taparıq:

$$A_1' = C_0\frac{\upsilon}{\ell}\left\{\frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L} + \left(1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{L-\ell}{\ell}\right)\right\} \tag{19}$$

A_1' - in (19) qiymətini (16) –da yerinə yazaq:

$$C_я(t) = C_0\frac{\upsilon}{\ell}\left\{\frac{3\ell}{2L} + \left(1 - \frac{3\ell}{2L}\right)\exp\left(-2\frac{L-\ell}{\ell}\right)\right\}\left(\frac{L}{\upsilon} - t\right), \quad \frac{L-\ell}{\upsilon} \le t \le \frac{L}{\upsilon} \tag{20}$$

Xəlitə boyunca son ℓ uzunluqda yeni paylanmanı belə alarıq:

$$C_x(t) = kC_я(t) = 2C_0\frac{\upsilon}{L}\left\{\frac{3\ell}{2L} + \left(1 - \frac{3\ell}{2L}\right)\exp\left(-\frac{2(L-\ell)}{\ell}\right)\right\}\left(\frac{L}{\upsilon} - t\right), \quad \frac{L-\ell}{\upsilon} \le t \le \frac{L}{\upsilon} \tag{21}$$

(15) və (21)-i birləşdirsək, zona əritmədən sonra bütün xəlitə boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının dəyişmə qanununu yığcam şəkildə belə ifadə edərik:

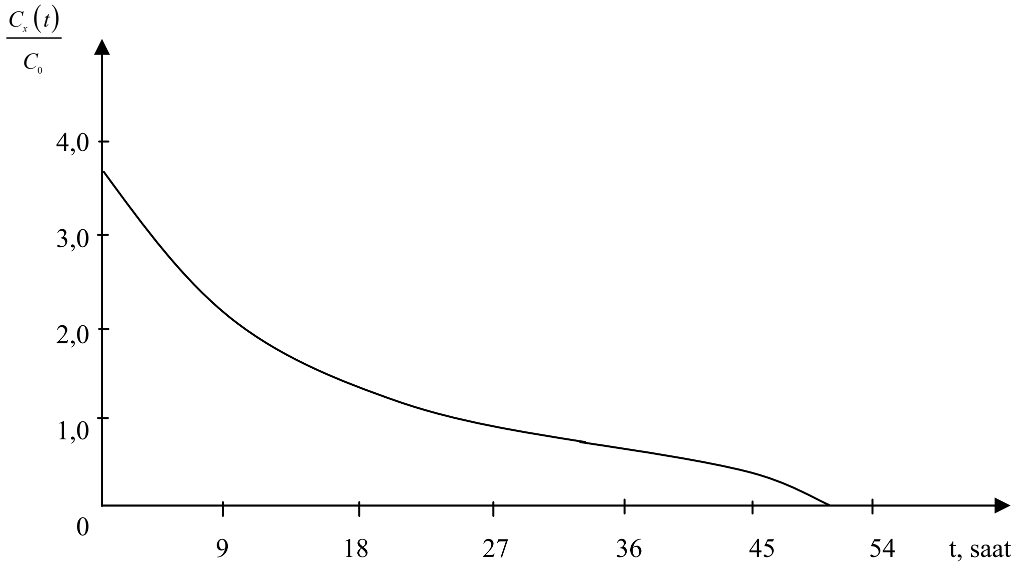
$$\frac{C_x(t)}{C_0}=\begin{cases}\left(2+\frac{\ell}{L}-2\frac{\upsilon}{L}t\right)+\left(2-3\frac{\ell}{L}\right)\exp\left(-2\frac{\upsilon}{\ell}t\right), & 0\le t\le\frac{L-\ell}{\upsilon}\\ \frac{\upsilon}{\ell}\left[\frac{3\ell}{L}+\left(2-\frac{3\ell}{L}\right)\exp\left(-\frac{2(L-\ell)}{\ell}\right)\right]\left(\frac{L}{\upsilon}-t\right), & \frac{L-\ell}{\upsilon}\le t\le\frac{L}{\upsilon}\end{cases} \tag{22}$$

(22) ilə ifadə olunan $\frac{C_x(t)}{C_0}$ nisbətinin dəyişmə qanunu cədvəl 1-də və şəkil 2-də göstərilmişdir. Şəkildən aydın olur ki, varizonalı quruluşlar üçün binar bərk məhlul monokristallarını yetişdirmək üçün bu cür düzəldilmiş xəlitədən uğurla istifadə etmək olar, özü də bu zaman xəlitənin sonu qidalandırıcının başlanğıcı kimi istifadə etmək lazımdır. Bundan əlavə, monokristal boyunca aşqarın xüsusi bir paylanması tələb olunduqda da bu cür hazırlanmış xəlitədən istifadə etmək olar. Həm də bu halda xəlitənin hər iki ucunu qidalandırıcının başlıngıcı kimi götürmək olar.

Cədvəl 1

$\frac{C_x(t)}{C_0}$ nisbətinin xəlitə boyunca (22) ilə ifadə olunan dəyişmə qanunu

t *saat*	$\frac{C_x(t)}{C_0}$	*t* *saat*	$\frac{C_x(t)}{C_0}$
0	3,8	35,0	0,70
2,5	2,62	37,5	0,60
5,0	2,13	40,0	0,50
7,5	1,88	42,5	0,40
10,0	1,73	45,0	0,30
12,5	1,61	45,5	0,027
15,0	1,50	46,0	0,024
17,5	1,40	46,5	0,021
20,0	1,30	47,0	0,018
22,5	1,20	47,5	0,015
25,0	1,10	48,0	0,012
27,5	1,00	48,5	0,009
30,0	0,90	49,0	0,006
32,5	0,80	49,5	0,003



Şək. 2. $\frac{C_x(t)}{C_0}$ nisbətinin xəlitə boyunca (22) ilə ifadə olunan dəyişmə qanunu.

Bir sıra hallarda yarımkeçirici maddələrin kristallaşma üsullarının köməkliyi ilə yüksək təmiz hala gətirmək tələb olunur. Şəkil 2-də verilmiş paylanma əyrisindən aydın olur ki, materialın təmizlənməsində bu üsuldan istifadə etmək daha əlverişlidir. Materialın təmizlik dərəcəsini daha da artırmaq üçün zona əritmə üsulu eyni istiqamətdə təkrar yerinə yetirmək son dərəcə effektli ola bilər. Bu zaman yüksək təmizlik dərəcəsi tələb olunduqda xəlitənin orta hissəsindən istifadə etmək daha əlverişlidir. Çünki maddənin daxilində paylanma əmsalı $k < 1$ olan və nəzarətsiz qalan aşqarlar xəlitənin sonuna toplana bilər.

ƏDƏBİYYAT

1. Tahirov V.İ., Quliyev Ə.F., Həsənov Z.Y., Lətifova S.S., Qəhrəmanov N.F. Binar bərk məhlulların müxtəlif tərkib paylanmalı qidalandırıcı xəlitələrinin alınma üsulu. BDU-nun Elmi Xəbərləri, Fizika elmləri seriyası, 2008, №2, s. 120-129.
2. Медведев С.А. Введение в технологию полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1970, 325 с.
3. Əliyev V.Q., Cəfərov T.Q., Qəhrəmanov N.F. Mürəkkəb tərkib paylanmalı silindrik binar bərk məhlul xəlitələrinin yeni alınma üsulu. BDU-nun Elmi Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, 2005, №2, s. 22-39.

СОЗДАНИЕ РАСПЛАВЛЕННОЙ ЗОНЫ В НАЧАЛЕ СЛИТКА, КОГДА КОЭФФИЦИЕНТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬШЕ ЕДИНИЦЫ

В.Т.ТАИРОВ, А.Ф.ГУЛИЕВ, С.С.ЛЯТИФОВА, Н.Ф.ГАХРАМАНОВ

РЕЗЮМЕ

Рассмотрен вариант создания первоначально расплавленной зоны в начале первичного слитка системы бинарных твердых растворов, когда коэффициент распределения больше единицы. Сперва определяется концентрация второго компонента в начальной расплавленной зоне. Поскольку конечный слиток получается в результате двух разных режимов (зонной кристаллизации и направленной кристаллизации) кристаллизации, то для нахождения распределения состава уравнение непрерывности решается при двух различных начальных условиях и затем они «сшиваются».

Распределение состава вдоль конечного слитка показывает, что при получении монокристаллов бинарных твердых растворов такой слиток с большим успехом может быть использован в качестве подпитки. В применении к системе $\mathrm{Ge-Si}$ полученные монокристаллы могут быть использованы для изготовления варизонных структур.

Ключевые слова: твердые растворы, слиток, коэффициент распределения.

CHOOSING THE FIRST MELT ZONE IN THE BEGINNING OF THE INITIAL ALLOY WHEN THE DISTRIBUTION COEFFICIENT IS MORE THAN UNIT

V.T.TAIROV, A.F.GULIYEV, S.S.LATIFOV, N.F.GAHRAMANOV

SUMMARY

The article studies the creation of the first melt zone at the beginning of the initial alloy of binary solid solutions when the distribution coefficient is more than unit. At first, the concentration of the second component in the beginning melted zone is determined. As the final alloy is made in two different stages of crystallization (zone melting and Bridjman method), to find the content distribution we solve the continuity equation at two different initial conditions and then they “sew together”. The content distribution shows that such an alloy can successfully be used as a feeding alloy to grow single crystals of binary solid solution by pulling from a melt. In application to $\mathrm{Ge-Si}$ system, such single crystals are useful to make varyzone structures.

Key words: Solid-solution, alloy, distribution coefficient.

Redaksiyaya daxil oldu 03.12.2010 il.
Çapa verildi 10.03.2011 il.